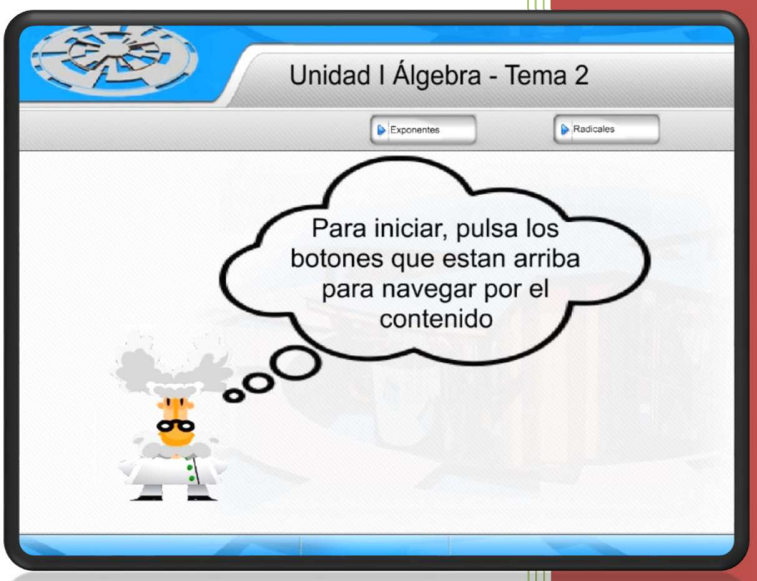
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
Curso de Refuerzo para Aspirantes a Nuevo Ingreso

MATEMÁTICAS



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

CURSO DE MATEMÁTICA EN LÍNEA

Contenido

- EXPONENTE CERO 1
- EXPONENTE NEGATIVO 1
- EXPONENTE RACIONAL..... 3
- RADICALES 5

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

- **EXPONENTE CERO**

Si n=0, se desea que a^0 cumpla con las leyes de los exponentes, por ejemplo:

$$a^m.a^n = a^{m+n},\ n = 0$$

$$a^m.a^0 = a^{m+0}$$

$$a^m.a^0 = a^m$$

$$a^m.a^0 = a^m(1),\ si\ a \neq 0,\ \text{entonces}$$

$$a^0 = 1$$

Definición:

Si a es cualquier número real no nulo, entonces $a^0 = 1$

- **EXPONENTE NEGATIVO**

Si n es un entero positivo y $a \neq 0$, se desea que a^{-n} cumpla con las leyes de los exponentes, por ejemplo:

$$a^{-2} = a^{-1-1} = a^{-1}.a^{-1} = \frac{1}{a}.\frac{1}{a} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-3} = a^{-1-1-1} = a^{-1}.a^{-1}.a^{-1} = \frac{1}{a}.\frac{1}{a}.\frac{1}{a} = \frac{1}{a^3}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

Definición:

Para todo $a \in \mathbb{R},\ a \neq 0$ y para todo entero positivo n,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ejemplos:

1) $3^0 = 1$

2) $\left(2^3\right)^{-2} = \frac{1}{\left(2^3\right)^2} = \frac{1}{2^6}$

3) $\left(2ab\right)^0 = 1,\ a \neq 0, b \neq 0$

4) $\left(a^{-5}\right)^{-2} = a^{-5(-2)} = a^{10}\ , a \neq 0$

5)

$$\left(\frac{3a^2}{b}\right)^{-3} = \frac{(3)^{-3}\left(a^2\right)^{-3}}{b^{-3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3^3} \cdot \frac{1}{a^6}}{\frac{1}{b^3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3^3.a^6}}{\frac{1}{b^3}}$$

$$= \frac{b^3}{3^3.a^6}\ , a \neq 0, b \neq 0$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

6)

$$\frac{a^{-1}+b^{-1}}{(ab)^{-2}}=\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{\frac{1}{a^2b^2}}$$

$$=\frac{\frac{b+a}{ab}}{\frac{1}{a^2b^2}}$$

$$=\frac{a^2b^2(b+a)}{ab},\ ab\neq 0$$

$$=ab(b+a)$$

$$=ab^2+a^2b$$

- **EXPONENTE RACIONAL**

Si $a\in\mathbb{R}$ y n es un entero positivo, entonces $a^{1/n}=\sqrt[n]{a}$, siempre que $\sqrt[n]{a}$ exista.

Ejemplo:

1) $4^{1/2}=\sqrt{4}=2$
2) $9^{1/2}=\sqrt{9}=3$
3) $5^{1/3}=\sqrt[3]{5}$
4) $7^{1/4}=\sqrt[4]{7}$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

Consideremos el símbolo $a^{m/n}$, donde m y n son enteros con $n>0$ y m y n no tienen un factor primo común.

Si $a^{m/n}$ debe cumplir con las leyes de los exponentes, entonces por ejemplo:

$$a^{m/n}=\left(a^{m}\right)^{1/n}=\left(a^{1/n}\right)^{m}$$

Observación:

Si $m>0$

$$\left(a^{1/n}\right)^{m}=\underbrace{\left(a^{1/n}\right)\left(a^{1/n}\right)\left(a^{1/n}\right)...\left(a^{1/n}\right)}_{m\text{ Factores}},\ \text{Definición de exponente}$$

$$=\underbrace{\left(a.a.a....a\right)^{1/n}}_{m\text{ Factores}},\ 2^{a}\ \text{ley de los exponentes}$$

$$=\left(a^{m}\right)^{1/n},\ \text{Definición de exponente}$$

Definición:

Sea m/n un número racional, donde $n>0$ y los enteros m y n no tienen factores primos comunes. Si a es un número real tal que $\sqrt[n]{a}$ existe, entonces:

$$a^{m/n}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^{m}=\sqrt[n]{a^{m}}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

Ejemplos:

1)

$$(8)^{2/3} = \left(8^{1/3}\right)^2 = \left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = (2)^2 = 4$$
$$= \left(8^2\right)^{1/3} = (64)^{1/3} = \sqrt[3]{64} = 4$$

2) $(81)^{-3/4} = \left(81^{1/4}\right)^{-3} = \left(\sqrt[4]{81}\right)^{-3} = (3)^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$

3)
$$(-27)^{2/3}.(4)^{-5/2} = \left((-27)^{1/3}\right)^2.\left(4^{1/2}\right)^{-5}$$
$$= \left(\sqrt[3]{-27}\right)^2.\left(\sqrt{4}\right)^{-5}$$
$$= (-3)^2.(2)^{-5}$$
$$= \frac{(-3)^2}{2^5}$$
$$= \frac{9}{32}$$

- **RADICALES**

Una forma conveniente de operar con radicales es expresarlos en forma de potencia, Ejemplo, simplificar:

1) $\sqrt[5]{-243}$

Solución:

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$\Rightarrow 243 = 3^5$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

$$\sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{-\left(3^5\right)} = \left(-\left(3^5\right)\right)^{1/5}$$
$$= \left((-1)^5 (3)^5\right)^{1/5}$$
$$= \left((-1)^5\right)^{1/5} \left((3)^5\right)^{1/5}$$
$$= (-1)(3)$$
$$= -3$$

2) $\sqrt[3]{\sqrt{128}}$

Solución:

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$\Rightarrow 128 = 2^7 = 2^6.2$

$$\sqrt[3]{\sqrt{128}} = \left(\left(2^6.2\right)^{1/2}\right)^{1/3}$$
$$= \left(2^6.2\right)^{1/6}$$
$$= \left(2^6\right)^{1/6}.(2)^{1/6}$$
$$= 2.(2)^{1/6}$$
$$= 2.\sqrt[6]{2}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

3)

$$\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{32} = (2)^{1/3}(32)^{1/3}$$
$$= (2)^{1/3}\left(2^5\right)^{1/3}$$
$$= (2)^{1/3}(2)^{5/3}$$
$$= (2)^{6/3}$$
$$= 2^2$$
$$= 4$$

4)

$$\sqrt{27}+\sqrt{48}-\sqrt{12} = (27)^{1/2}+(48)^{1/2}-(12)^{1/2}$$
$$= \left(3^2.3\right)^{1/2}+\left(4^2.3\right)^{1/2}-(4.3)^{1/2}$$
$$= 3(3)^{1/2}+4(3)^{1/2}-2(3)^{1/2}$$
$$= 5(3)^{1/2}$$
$$= 5\sqrt{3}$$

5)

$$5\sqrt{8}-3\sqrt{18} = 5(8)^{1/2}-3(18)^{1/2}$$
$$= 5(4.2)^{1/2}-3(9.2)^{1/2}$$
$$= 10(2)^{1/2}-9(2)^{1/2}$$
$$= 2^{1/2}$$
$$= \sqrt{2}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

6)

$$\frac{6-\sqrt{18}}{3}=\frac{6}{3}-\frac{\sqrt{18}}{3}$$
$$=2-\frac{(18)^{1/2}}{3}$$
$$=2-\frac{(9.2)^{1/2}}{3}$$
$$=2-(2)^{1/2}$$
$$=2-\sqrt{2}$$

7)

$$\frac{3}{\sqrt{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{3}{(2)^{1/2}}-\left(\frac{1}{2}\right)^{1/2}$$
$$=\frac{3}{(2)^{1/2}}-\frac{(1)^{1/2}}{(2)^{1/2}}$$
$$=\frac{3}{2^{1/2}}-\frac{1}{2^{1/2}}$$
$$=\frac{2}{2^{1/2}}$$
$$=\frac{2}{2^{1/2}}\cdot\frac{2^{1/2}}{2^{1/2}}$$
$$=\frac{2(2)^{1/2}}{2}$$
$$=(2)^{1/2}$$
$$=\sqrt{2}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados